

Escalas musicales

Fundamentos de armonía

Mathurin A. Choblet

Facultad de Física
USC

15 de enero 2020

Contenido

- 1 Raíces pitagóricas de la escalas musicales
 - Construcción de la escala
 - El círculo de quintas
- 2 La coma pitagórica
- 3 Las diferentes afinaciones/temperamentos
- 4 Sobretonos

Raíces pitagóricas de la escalas musicales



Monocordio básico con dos cuerdas

Frecuencia ν en función de la longitud l :

$$\nu \sim \frac{1}{l}$$

Intervalos básicos

Octava: $2/1$ }
Quinta: $3/2$ } \rightarrow razones de números enteros pequeños \equiv armonía
Cuarta: $4/3$ }

Medias geométricas

Media aritmética

$$b = \frac{a+c}{2}$$

Media armónica

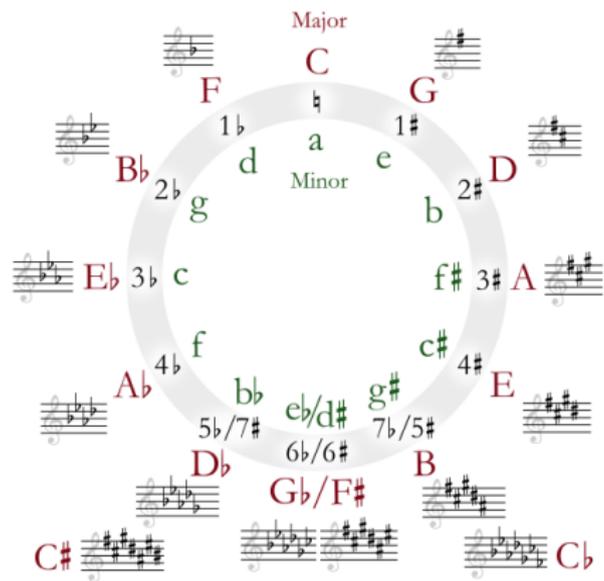
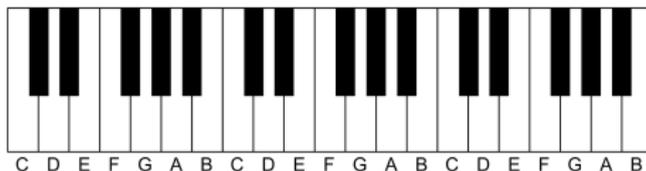
$$b = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{c}} = \frac{2ac}{a+c}$$

La escala cromática se puede construir solo con *octavas* y *quintas*

$$Q = \{x \cdot Oc + y \cdot Q \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$$

Nota	Intervallo	Razon de frecuencias
C	unísono	1/1
C#	segunda menor (semitono)	256/243
D	segunda mayor (tono)	9/8
D#	tercera menor	32/27
E	tercera mayor	81/64
F	cuarta justa	4/3
F#	quinta dismuida	1024/729
G	quinta justa	3/2
G#	sexta menor	128/81
A	sexta mayor	27/16
A#	séptima menor	16/9
B	séptima mayor	243/128
C2	octava justa	2/1

El círculo de quintas



La coma pitagórica

La espirala de quintas

7 Octavas no corresponden a 12 Quintas

$$2^7 \neq \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$128 \neq 129.743$$

La coma pitagórica

$$129.743 - 128 = 1.9743$$

Cerrar la última quinta artificialmente → *La quinta del lobo*

La temperacion justa

Otra afinacion teniendo en cuenta la importancia de la triadas. La escala chromatica se construye con *octavas*, *quintas* y *terceras*

$$Q = \{x \cdot Oc + y \cdot Q + z \cdot T \mid x, y, z \in \mathbb{Z}\}$$

Nota	Intervallo	Razon de frecuencias
C	unísono	1/1
C#	segunda menor (semitono)	16/15
D	segunda mayor (tono)	10/9
D#	tercera menor	6/5
E	tercera mayor	5/4
F	cuarta justa	4/3
F#	quinta dismnuida	64/45
G	quinta justa	3/2
G#	sexta menor	8/5
A	sexta mayor	5/4
A#	séptima menor	9/5
B	séptima mayor	15/8
C2	octava justa	2/1

La *quinta del lobo* persiste.

F# mayor sera muy desafinado en cuanto a C mayor.

La temperaciones Werckmeister

Idea: Repartir la quinta del lobo sobre las quintas.

- 4 Quintas reducidas por $1/4$ de la coma pitagórica
- Cada tonalidad obtiene un caracter distinto
- J. S. Bach promocionó estos tipos de temperaciones.

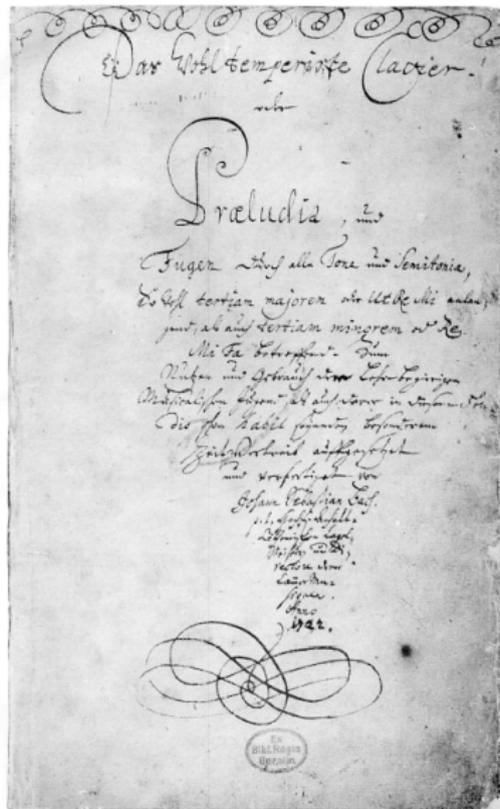


Figure: Primera pagina del *clave bien temperado*

La temperacion igual

Idea: Repartir el coma pitagorico sobre todas las quintas \rightarrow notas son "equidistantes"

$$f_{n+1} = c \cdot f_n$$

$$f_{n+2} = c \cdot f_{n+1} = c^2 \cdot f_n$$

...

$$f_{n+12} = c^{12} \cdot f_n$$

$$c^{12} = 2$$

$$\rightarrow c = \sqrt[12]{2}$$

Unidad cent

100 cents \equiv 1 semitono de temperación igual

$$i = 1200 \cdot \log_2(f_2/f_1)[\text{Cent}]$$

Nota	Intervallo	Razon de frecuencias	Cents
C	unísono	1	0
C#	segunda menor (semitono)	$2^{1/12}$	100
D	segunda mayor (tono)	$2^{2/12}$	200
D#	tercera menor	$2^{3/12}$	300
E	tercera mayor	$2^{4/12}$	400
F	cuarta justa	$2^{5/12}$	500
F#	quinta dismnuida	$2^{6/12}$	600
G	quinta justa	$2^{7/12}$	700
G#	sexta menor	$2^{8/12}$	800
A	sexta mayor	$2^{9/12}$	900
A#	séptima menor	$2^{10/12}$	1000
B	séptima mayor	$2^{11/12}$	1100
C2	octava justa	2	1200

Ventajas:

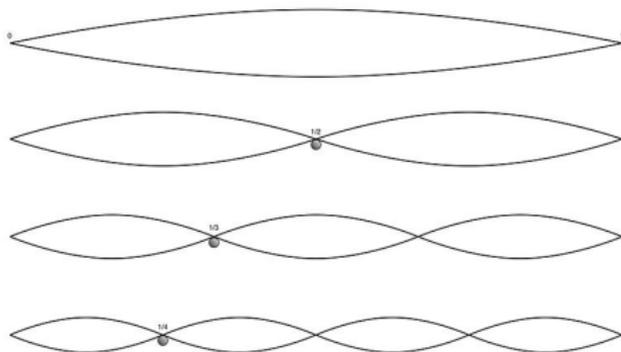
- Tonalidades sonan iguales

Desventajas:

- Desviación en la quinta (1.96 cents)
- La octava es el único intervalo puro
→ Batimiento (en el límite de habituación)

Sobretonos

Casi no hay sonidos puros, superposición de multiples



- Efecto psicológico: Solo escuchamos el tono de base. → muchas consecuencias para la armonía
- El nivel sonoro de los diferentes sobretonos es diferente para los instrumentos → **timbre**

- El fundamento matemático de la escala musical y sus raíces pitagóricas de María Cecilia Tomasini
- wikipedia (alemana)
- Curso "Harmonielehre" de Andreas Kissenbeck, Conservatorio de München